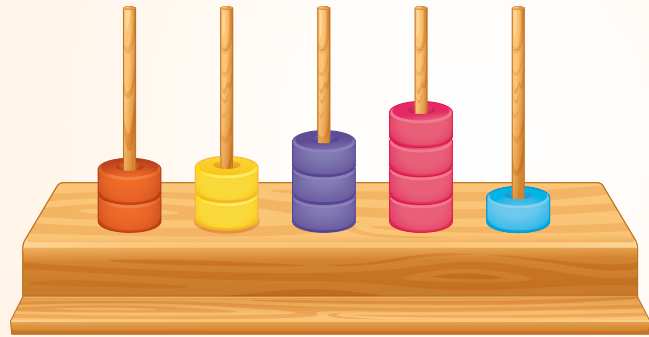




La media aritmética, geométrica y armónica, su visualización



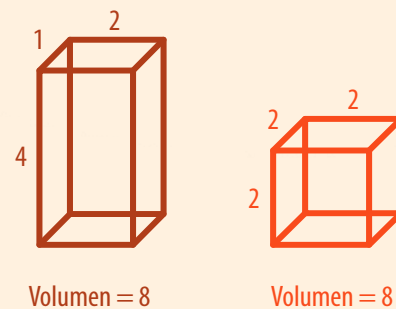
En ocasiones, necesitamos calcular el promedio de varios números, por ejemplo de las calificaciones de un alumno. El fin es encontrar un valor intermedio entre éstas. Supongamos que tenemos los números a , b y c , lo que haremos será calcular la llamada media aritmética, $m = (a+b+c)/3$.

En las matemáticas hay otros valores medios que tienen diversas aplicaciones. Por ejemplo, la media geométrica de los números a , b y c está dada por la raíz cúbica del producto (abc), pero ¿qué significa este promedio geométrico y cómo podemos visualizarlo?

Podemos dar una interpretación de regla y compás de los diversos tipos de valores medios. Por ejemplo, en la ilustración de abajo tenemos seis números: 2, 2, 3, 4, 1 y 6. Si los imaginamos como segmentos con esas longitudes, su suma, que es 18, se obtiene pegándolos uno tras otro. La media aritmética es entonces el segmento que unido seis veces consecutivas tiene la mis-

ma longitud total, en este caso es el segmento de longitud 3, es decir $18/6$.

En el caso de la media geométrica también podemos dar una interpretación visual. Por ejemplo, sean dados los tres números 2, 1 y 4. Si construimos un paralelepípedo (un cuerpo geométrico de seis caras que son paralelas e iguales dos a dos) con esos tres lados, obtenemos una figura con un volumen de 8 (el producto de los tres lados). La media geométrica corresponde al largo de los lados de un cubo con el mismo volumen, es decir, de lado igual a 2, como se muestra en la figura.



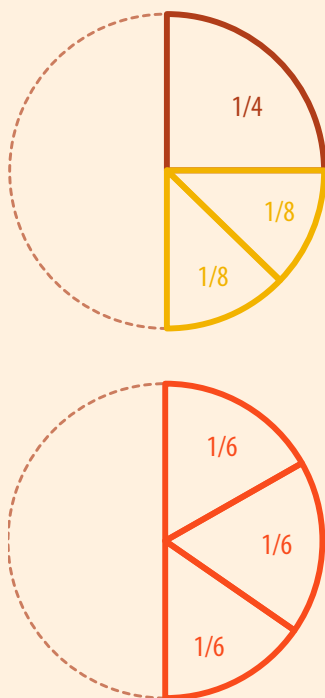
Dados n números, su media geométrica se define, en general, como el resultado de calcular el producto de los n números, seguido de la extracción de la raíz n -ésima del producto. En el caso de dos números a y b , su media geométrica es simplemente \sqrt{ab} .



Sin embargo, existe otra media llamada armónica que también se utiliza en matemáticas. Para tres números a , b y c , su media armónica h está dada por la expresión

$$3 \left(\frac{1}{h} \right) = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

La primera vez que uno mira esta definición resulta difícil concebir lo que significa, pero aún así hay una interpretación muy simple. Imaginemos que nos dan los tres números 4, 8 y 8 y nos piden calcular su media armónica, lo que hacemos es suponer que tenemos una pizza y tomamos un cuarto de ella (el valor recíproco de 4), un octavo (valor recíproco de 8) y otro octavo (valor recíproco del segundo ocho). Un cuarto de pizza, más un octavo, más otro octavo nos da media pizza. Ahora la dividimos en tres partes iguales, o sea en un sexto de pizza. El valor recíproco de



un sexto es seis, y esa es la media armónica de los tres números 4, 8 y 8.

En general, la media aritmética es mayor que la media geométrica y ésta, a su vez, es mayor que la media armónica. Para los números 1, 2 y 4, la media aritmética es $7/3$, su media geométrica es la raíz cúbica de 8, es decir 2, y su media armónica es el recíproco de una pizza más media pizza más un cuarto de pizza dividido entre tres, es decir $12/7$ (el recíproco de $7/12$). Está claro que $7/3$ es mayor que 2, y 2 es mayor que $12/7$.

Pero, ¿para qué se utilizan diversas medias? A veces se quiere calcular el promedio de números dándole menos peso a los valores que se “botan”. Por ejemplo, si tuviéramos los cinco números 1, 1, 1, 1 y 11, su media aritmética es 3, pero la media armónica es $55/42$, un número más cercano a uno que la media aritmética. Si sospechamos que algunos de los valores más elevados son errores estadísticos (como el 11 de arriba), entonces un promedio más cercano a 1, en nuestro ejemplo, sería más acertado. Por eso, para evaluar computadoras promediando su eficiencia en diversos experimentos, se trata de darle menos peso a aquellas cosas en las que obtienen muchísimos puntos (por tener una muy buena tarjeta gráfica, por ejemplo) y más bien, se tienen en cuenta los resultados más comunes. Se usa entonces el promedio armónico de su eficiencia en los llamados *benchmarks* (pruebas de rendimiento) de velocidad que se califican otorgando puntos.

El único caso en el que los promedios aritmético, geométrico y armónico son todos iguales, es cuando los números a promediar son iguales. ¡Menuda revolución armarían los estudiantes en las escuelas si en lugar de usar el promedio aritmético de calificaciones (el mayor de todos), usáramos el promedio armónico! 